

1 La bobine

1. Description - Symbole

● Les bobines ou inductances sont constituées d'un fil conducteur isolé bobiné sur un support isolant (bakélite, téflon...) cylindrique ou torique, à l'intérieur desquelles on peut introduire des noyaux métalliques (alliage ferromagnétique) ou des noyaux de ferrite.

- Du point de vue électrique, une bobine est caractérisée :
 - par une grandeur appelée **inductance**, notée L , exprimée en henry (H) ;
 - par sa résistance r exprimée en ohm (Ω) qui représente son défaut.

Remarque : l'inductance dépend des caractéristiques physiques de la bobine (nombre de spires par unité de longueur, présence ou non d'un noyau...).

- Sa représentation symbolique est : 

2. La bobine en convention récepteur

● La tension aux bornes d'une bobine est :

$$u_{AB} = r i + L \frac{di}{dt} \quad (1).$$

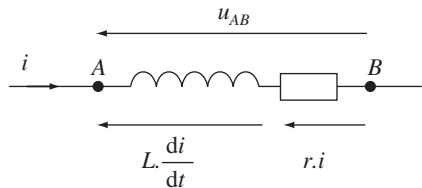


Fig. 7-1

● Le terme $r \cdot i$ correspond à la tension que l'on aurait aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance r .

● Le terme $L \cdot \frac{di}{dt}$ est lié aux variations de l'intensité du courant dans la bobine.

En particulier, si $i > 0$ et tend à **augmenter** (lors de la fermeture du circuit) alors $L \cdot \frac{di}{dt} > 0$. La bobine se comporte bien en récepteur qui s'oppose au passage du courant, elle modère l'augmentation de i .

Inversement, si $i > 0$ et tend à **diminuer** (lors de l'ouverture du circuit), alors $L \cdot \frac{di}{dt} < 0$. La bobine se comporte en générateur qui tend à maintenir un courant dans le circuit.

Remarque : en régime permanent et en courant continu ($i = cte$), on a $u_{AB} = r i$; la bobine se comporte alors comme un simple conducteur ohmique.

3. Énergie dans une bobine

● La puissance électrique reçue par un dipôle (AB) est égale à $P_e = u_{AB} \cdot i$.

Pour une bobine : $P_e = r \cdot i^2 + Li \frac{di}{dt}$.

● Cette puissance se décompose en deux termes :

– la puissance dissipée par effet Joule : $P_j = r \cdot i^2$;

– la puissance (magnétique) emmagasinée par la bobine : $P_m = Li \frac{di}{dt}$.

● Cette expression peut s'écrire : $P_m = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right)$ (4).

Or par définition de la puissance : $P_m = \frac{d}{dt} (E_m)$ (5).

D'après (4) et (5), on déduit l'énergie emmagasinée par une bobine à la date t :

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2, \text{ avec } \begin{cases} E_m : \text{énergie en joules (J)} \\ L : \text{inductance en Henry (H)} \\ i : \text{intensité en ampères (A)} \end{cases}$$

Exemple d'application

Une bobine ($L = 1 \text{ mH}$, $r = 10 \Omega$) est traversée par un courant de la forme $i(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$ avec $I_0 = 0,1 \text{ A}$ et $\omega = 1000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

1. Trouver l'expression de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine.
2. Que vaut l'énergie emmagasinée dans cette bobine à $t = \pi$ secondes ?

Corrigé commenté

1. **Rappel** : la dérivée de $f(t) = \cos(\omega t)$ est $f'(t) = -\omega \sin(\omega t)$.

$$u_L(t) = ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = r I_0 \cos(\omega t) + L \frac{d}{dt} (I_0 \cos(\omega t)),$$

soit : $u_L(t) = \cos(1000 t) - 0,1 \sin(1000 t)$.

2. **Rappel** : pour n entier, $\cos(2n\pi) = 1$

Par définition, $E_m(t = \pi) = \frac{1}{2} L (i(t = \pi))^2$.

A.N. : $E_m(t = \pi) = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \cdot (0,1 \cos(1000 \cdot \pi))^2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

2 Dipôle RL

1. Étude expérimentale

- On visualise la tension aux bornes du générateur sur la voie Y_A de l'oscilloscope.
- On visualise la tension u_{BM} aux bornes du conducteur ohmique R' (à un coefficient près, c'est l'intensité i du courant dans le circuit : $i = \frac{u_{BM}}{R'}$) sur la voie Y_B (voir figure 7-2).
- On obtient les oscillogrammes dessinés figure 7-3. On voit que :
 - (a) lors de la mise sous tension du circuit, le courant n'atteint pas immédiatement son maximum ;
 - (b) lorsque la tension s'annule, le courant ne diminue que progressivement.

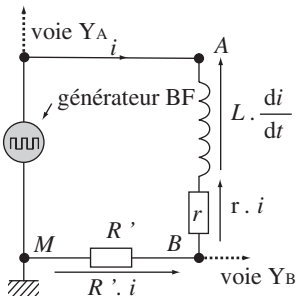


Fig. 7-2

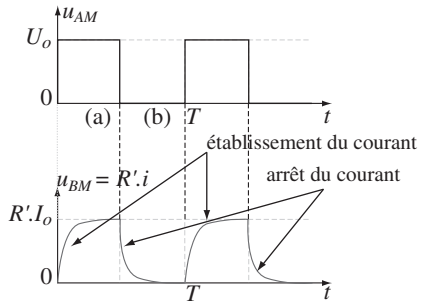


Fig. 7-3

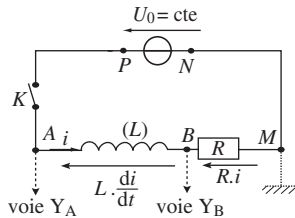
Une bobine placée dans un circuit s'oppose à l'établissement d'un courant ou à sa rupture. L'intensité du courant qui traverse la bobine n'est jamais discontinue (pas de saut). C'est le phénomène d'auto-induction.

2. Étude des phénomènes transitoires d'établissement et d'arrêt du courant : principe du montage

- Sur la voie Y_A de l'oscilloscope, on visualise la tension u_{AM} aux bornes du circuit RL .

● Sur la voie Y_B , on visualise la tension u_{BM} aux bornes du conducteur ohmique et à un coefficient près, l'intensité i du courant dans le circuit : $i = \frac{U_{BM}}{R'}$.

● La résistance r est supposée nulle ; R représente la résistance du circuit.



oscilloscope à mémoire

Fig. 7-4

3. Étude des phénomènes transitoires

● L'interrupteur K du montage de la Fig. 7-4 étant fermé, un courant $i(t)$ s'établit dans le circuit.

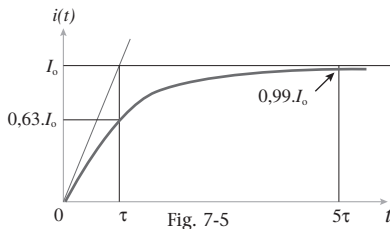


Fig. 7-5

● D'après la loi d'additivité des tensions : $u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$.
Durant l'établissement du courant, le générateur maintient une tension constante : $u_{AM} = U_0$.
On obtient l'équation différentielle :

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{U_0}{R}$$

C'est l'équation différentielle régissant l'établissement du courant dans la bobine.

● En tenant compte des conditions initiales, la solution de cette équation différentielle est :

$$i(t) = \frac{U_0}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \right] \text{ ou}$$

$$i(t) = I_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \quad (2).$$

● On ouvre l'interrupteur du montage de la Fig. 7-4 : le courant décroît progressivement jusqu'à la valeur 0.

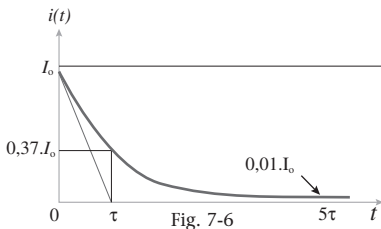


Fig. 7-6

● D'après la loi d'additivité des tensions : $u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$,
soit : $L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0$.

On obtient l'équation différentielle :

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

C'est l'équation différentielle régissant l'annulation du courant dans la bobine.

● En tenant compte des conditions initiales, la solution de cette équation différentielle est :

$$i(t) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{R}{L} t\right).$$

En posant : $\tau = \frac{L}{R}$, on obtient :

$$i(t) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3).$$

3 Constante de temps τ et tension pour un circuit RL

1. Influence des paramètres R et L

● L'établissement du courant et son arrêt dans le circuit sont d'autant plus rapides que la constante $\tau = \frac{L}{R}$ est plus petite, c'est-à-dire que L est petit et R est grand (voir figure 7-7).

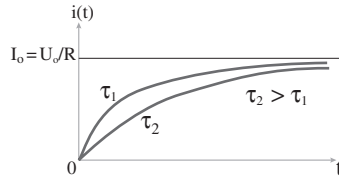


Fig. 7-7

2. Détermination expérimentale de la constante de temps $\tau = R/L$

● Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $i(t)$ au point d'abscisse $t = 0$ est égale à la valeur de la dérivée de la fonction $i(t)$ à la date $t = 0$.

● Dans le cas de l'établissement du courant dans le circuit et d'après (2), on a : $\left[\frac{di}{dt}\right]_{t=0} = \left[\frac{I_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]_{t=0} = \frac{I_0}{\tau}$ (5).

● Dans le cas de l'annulation du courant dans le circuit et d'après (3), on a : $\left[\frac{di}{dt}\right]_{t=0} = \left[-\frac{I_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]_{t=0} = \frac{I_0}{\tau}$ (6).

● Dans les deux cas, le coefficient directeur de la tangente à la courbe $i(t)$ au point d'abscisse $t = 0$ permet la détermination facile de la constante de temps τ .

Remarque : $\tau = \frac{L}{R}$ a la dimension d'un temps et s'exprime donc en secondes.

3. Évolution de la tension en régime transitoire

● Lors de l'établissement du courant, et d'après (1) et (2), si la résistance de la bobine est négligeable, on a :

$$u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \left(\frac{I_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) = RI_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

● Lors de l'arrêt du courant, et d'après (1) et (3), si la résistance de la bobine est négligeable, on a :

$$u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \left(-\frac{I_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right),$$

$$\text{soit } u_{AB} = RI_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

oscillogramme représentant $u_{AB} = f(t)$

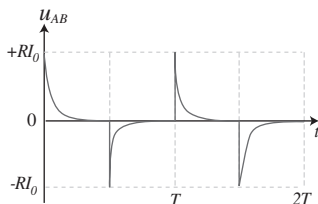


Fig. 7-8

Remarque : on observe que la variation de la tension est discontinue.

Exemple d'application

On considère le schéma de la figure 7-4. À $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur K. On observe l'établissement d'un courant dans la bobine d'inductance L et le conducteur ohmique de résistance $R = 50 \Omega$ dont les variations sont représentées sur le schéma ci-contre.

1. Faire l'analyse dimensionnelle de la constante de temps $\tau = L/R$.
2. Déterminer graphiquement cette constante.

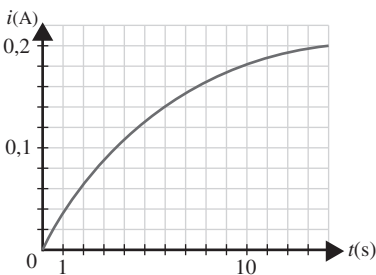


Fig. 7-9

Corrigé commenté

Indication : utilisez la formule $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$.

1. Comme $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$, on a : $[U] = [L] \cdot \frac{[I]}{[T]}$, soit $[L] = \frac{[U] \cdot [T]}{[I]}$. On a $\frac{[U]}{[I]} = [R]$.

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[R][T]}{[R]} = T : \text{cette constante a bien les dimensions d'un temps.}$$

2. La pente de la tangente Δ à l'origine est :

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{i_c - i_0}{t_c - t_0} = \frac{0,1 - 0}{2,5 - 0} = 0,04 \text{ A s}^{-1}$$

Or, d'après (5),

$$\tau = \frac{I_0}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}} = \frac{0,2}{0,04} = 5 \text{ s.}$$

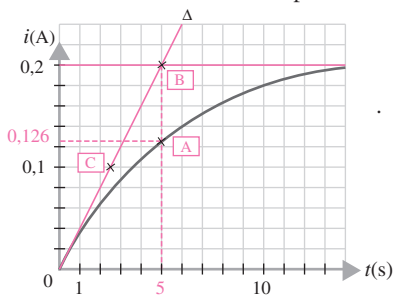


Fig. 7-10